

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ФОТОЭФФЕКТА ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ДЕЙТРОНА

Подготовила магистр 2 курса ТИМФ

Штагер Мария

-2018-



Фотоэффект

1905 г. – А. Эйнштейн теоритическое объяснение фотоэффекта

Def: Если энергия фотона превышает энергию ионизации атома, то поглощение фотонов будет сопровождаться поглощением электрона из связанного состояния в состояние непрерывного спектра. $\hbar \vartheta = A + W_k$

Постановка задачи

При внешнем воздействии на атом электрон характеризуется непрерывным спектром и излучает в некотором телесном угле $d\Omega$. Вычислим вероятность испускания в секунду электрона в телесном угле при поглощении фотона
Рассмотрим случаи когда энергия вылетающих электронов велика по сравнению с энергией ионизации атома и сравнима с ней.

Вероятность поглощения в единицу времени с испусканием электрона

$$P_{fl} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | W | l \rangle|^2 \rho(E_f)$$

Где $|l\rangle$

$$\rho(E_f)$$

Начальное состояние

Состояния с почти одинаковой энергией и
одинаковыми матричными элементами $\langle f | W | l \rangle$

Число конечных состояний данного типа,
приходящихся на единичный интервал
энергии E_f

Плотность числа конечных состояний, соответствующих испусканию электронов в
направлении телесного угла $d\Omega$

$$d\rho = \frac{V p \mu}{(2\pi\hbar)^3} d\Omega$$

$$V$$

Объём системы

$$\Rightarrow dP$$

Начальные условия

$$\Psi_q = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i q r), q = p / \hbar = mv / \hbar$$

Состояние электрона

При этом $\frac{\mu v^2}{2} > I = \frac{z^2 e^4 \mu}{2\hbar^2}$

$$\Psi_0 = (\pi a^3)^{-1/2} \exp[-r/a], a = \hbar^2 / (\mu e^2 z)$$

Н.у. электрон в 1 s состоянии

$$dP = \frac{V p \mu}{(2\pi\hbar^2)^2} \left| \langle q | \omega_+ | 0 \rangle \right|^2 d\Omega$$

ω_+

Определяет поглощение эл.м. волны

$$\omega_+ = \frac{e}{\mu} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega}} \exp[ikr] (-i\hbar e\nabla) a_k^+$$

$$dP = \frac{e^2 p}{2\pi\hbar\mu\omega} \left| \int e^{-i(k-q)r} (e\nabla) \Psi_0 d^3 r \right|^2 d\Omega$$

В начальном состоянии фотонов не было, в конечном состоянии 1 фотон

Дальнейшие преобразования

Интегрируя по частям и вводя $K = k - q \Rightarrow \int e^{i(k-q)r} (e \nabla) \Psi_0 d^3r = \frac{8\sqrt{\pi}(eq)a^{3/2}}{(1+a^2K^2)^2}$

$$dP = \frac{32e^2a^3(eq)^2 p}{\hbar \mu \omega (1+a^2K^2)^4} d\Omega \quad \text{Угловое распределение испускаемых электронов}$$

Где θ Угол между направлением вектора k фотона и вектора q
 Φ Угол между плоскостью kq и плоскостью ek

$$\Rightarrow (eq)^2 = q^2 \sin^2 \theta \cos^2 \Phi \quad \text{тогда} \quad K^2 = k^2 + q^2 - 2kq \cos \theta$$

Так как $\hbar \omega \approx \frac{1}{2} \mu v^2 \Rightarrow k = \frac{\omega}{c} \approx \frac{\mu v^2}{2\hbar c}$

Следовательно $k/q \approx v/(2c)$, то $ka \approx v/(c\xi) \sim 1$, и $qa = 1/\xi \gg 1$

$$\Rightarrow 1 + K^2 a^2 \approx q^2 a^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta\right)$$

Основные заключения

$$dP = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{32Z^5 p}{\mu a_0^5 k q^6} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \frac{v}{c} \cos \theta)^4} d\Omega \quad a_0 = \hbar^2 / (\mu e^2) \quad \text{Боровский радиус}$$

Большинство электронов испускается в направлении электрического вектора электромагнитной волны $\theta = \pi/2, \Phi = 0$

Наличие угла θ (в знаменателе) приводит к небольшому сдвигу максимума испускания вперёд (возрастает с увеличением скорости электрона)

Вероятность фотоэффекта при вырывании электрона из состояния $1s$ атома сильно возрастает с увеличением Z (как Z^5). Поскольку $kq^6 \sim (\hbar\omega)^{7/2}$ то в области применимости проведённого расчёта ($I \ll \hbar\omega \ll \mu c^2$) вероятность фотоэффекта сильно убывает с ростом частоты фотона

Энергия фотона сравнима с энергией электрона
 $\xi = ze^2 / (\hbar\vartheta)$

$$F(\xi) = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\hbar\omega}} \frac{\exp[-4\xi \operatorname{arcctg} \xi]}{1 - \exp[-2\pi\xi]}$$

Когда $\hbar\omega$ очень близко к I , значение $\xi \rightarrow \infty$ и множитель $F(\xi) \rightarrow 0.12$

Вероятность квантовых переходов

Пусть состояния $|m\rangle$ и $|n\rangle$ их энергии E_m и E_n являются собственными функциями и собственными значениями оператора Гамильтона H_0 двух подсистем, оператор взаимодействия между которыми обуславливает переходы. Начальное время $-\infty$, конечное $t = \infty$, матричные элементы обозначаются через $\langle n|S|m\rangle$

$$\langle n|S|m\rangle = -2\pi i\delta(E_n - E_m)\langle n|T|m\rangle \quad , \text{ где}$$

$$\langle n|T|m\rangle = \langle n|W|m\rangle \rightarrow \sum_f \frac{\langle n|W|f\rangle\langle f|W|m\rangle}{E_m - E_f + i\eta} = \sum_{f,f'} \frac{\langle n|W|f\rangle\langle f|W|f'\rangle\langle f'|W|m\rangle}{(E_m - E_f + i\eta)(E_m - E_{f'} + i\eta)} \dots$$

$\langle n|T|m\rangle$ Матричный элемент перехода на энергетической поверхности

$$T = W - W(E_m - H_0 - i\eta)^{-1}W - W(E_m - H_0 - i\eta)^{-1}W(E_m - H_0 - i\eta)^{-1}W \dots$$

Решение методом последовательных приближений операторного уравнения

$$T = W + W(E_m - H_0 + i\eta)^{-1}T$$

Вероятность перехода в единицу времени $P_{nm} = \frac{2\pi}{\hbar}\delta(E_n - E_m)|\langle n|T|m\rangle|^2$

Взаимодействие дейтрана с излучением

Фоторасщепление

Рассмотрим малые энергии связи (несколько МэВ)

Вероятность перехода обуславливается в основном дипольным моментом

Поперечное сечение поглощения γ лучей.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2 \frac{\omega m^2 v}{\hbar^3 c} |M|^2, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad m \text{ приведённая масса системы} \quad m = \frac{1}{2} H$$

Электрическое взаимодействие

$$M_{\text{эл}} = \frac{e}{2} \int \Psi_i z \Psi_j d\tau$$

Ψ_i Волновая функция электрона в основном состоянии
 Z Координата протона относительно электрона

Матричный элемент отличен от 0 \leftarrow Конечное Р состояния

Приближение: $\Psi_i = c_i u_i / r, u_i \rightarrow e^{-\gamma r}, c_i$ Нормировочная постоянная

$$d\sigma = 2 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right) \cos^2 \chi \left[\frac{\gamma k^3}{(\gamma^3 + k^3)^3} \right] \left(\frac{1}{1 - \gamma r_0} \right) d\Omega,$$

К – волновое число системы после поглощения гамма кванта

χ Угол между направлениями поляризации гамма кванта и направлением движения протона

Если гамма-лучи неполяризованы, то усреднение по углам

$$\int \cos^2 \chi d\Omega = \frac{4\pi}{3}.$$

θ

Угол между направлением вылета протона и направлением движения первоначального фотона

$$\sigma_{\text{эл.}} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{\hbar^2}{M} \frac{W_1^{1/2} E^{3/2}}{(E + W_1)^3} \left(\frac{1}{1 - \gamma r_0} \right),$$

Полное поперечное сечение

Фотомагнитное расщепление

Связано с магнитным дипольным моментом

Магнитный момент системы равен $\frac{e\hbar}{2Mc}(\mu_p \sigma_p + \mu_n \sigma_n)$

Начальное состояние – основное состояние дейтрана 3S_1

Конечное S-состояние, единственно возможным является 0S_1 \Rightarrow

Изотропное распределение по углам

$$M_{\text{магн.}} = \frac{e\hbar}{2Mc} \sum \chi_0 (\mu_p \sigma_p + \mu_n \sigma_n) \chi_1 \int \psi_i \psi_f d\tau,$$

Матричный элемент

Суммирование ведётся по спиновым состояниям

χ_1 и χ_0 спиновые функции триплетного и синглетного состояний

Ψ_i волновая функция основного состояния дейтрана

Ψ_f Волновая функция синглетного S-состояния в сплошном спектре

Для синглетного состояния

$$\psi_f \approx c_s \frac{u_s}{r}, \quad u_s = \frac{\sin(kr + \delta_s)}{\sin \delta_s}, \quad c_s = \frac{\sin \delta_s}{(4\pi)^{1/2} k}; \quad , \quad c_s^2 = \frac{1}{4\pi [k^2 + 1/a_s^2(k)]}. \Rightarrow$$

$$\sigma_{\text{магн.}} = \frac{2\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 (\mu_n - \mu_p)^2 \frac{[\gamma - 1/a_s(k)]^2}{[k^2 + 1/a_s(k)]^2} \frac{k\gamma}{(k^2 + \gamma^2)} \frac{1}{(1 - \gamma r_0)}.$$

$\sigma_{\text{магн}}$ имеет максимум при

$$k_{\text{макс.}}^2 = \frac{1}{a_s^2(0)}, \quad W_0 = \frac{\hbar^3 k_{\text{макс.}}^2}{M} = \frac{\hbar^2}{Ma_s^2(0)}$$

W_0 энергия виртуального синглетного состояния дейтрана

Поперечное сечение

$\sigma_{\text{магн}}$

$$\sigma_{\text{магн.}} = \frac{2\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2 (\mu_n - \mu_p)^2 \frac{W_1 E^{1/2} (W_1^{1/2} + W_0^{1/2})^2}{(E + W_1)(E + W_0)}.$$

Основные выводы

Оба сечения как фотоэлектрического, так и фотомагнитного расщеплений убывают при больших энергиях ($E \gg W_1 = 2.2 \text{ МэВ}$) пропорционально $E^{-3/2}$, но величина фотомагнитного сечения меньше фотоэлектрического $\frac{\sigma_{\text{магн}}}{\sigma_{\text{эл}}} \approx \frac{1}{4} \frac{W_1}{Mc^2} (\mu_p - \mu_n)^2 \approx 1,3\%$

Магнитный дипольный момент мал по сравнению с электрическим дипольным моментом

$$\frac{e\hbar}{2Mc} \ll \frac{eZ}{2}$$

При малых энергиях ($E \ll W_1 = 2.2 \text{ МэВ}$) фотоэлектрическое эффективное сечение пропорционально $E^{3/2}$, фотомагнитное пропорционально $E^{1/2} / (E + W_0)$

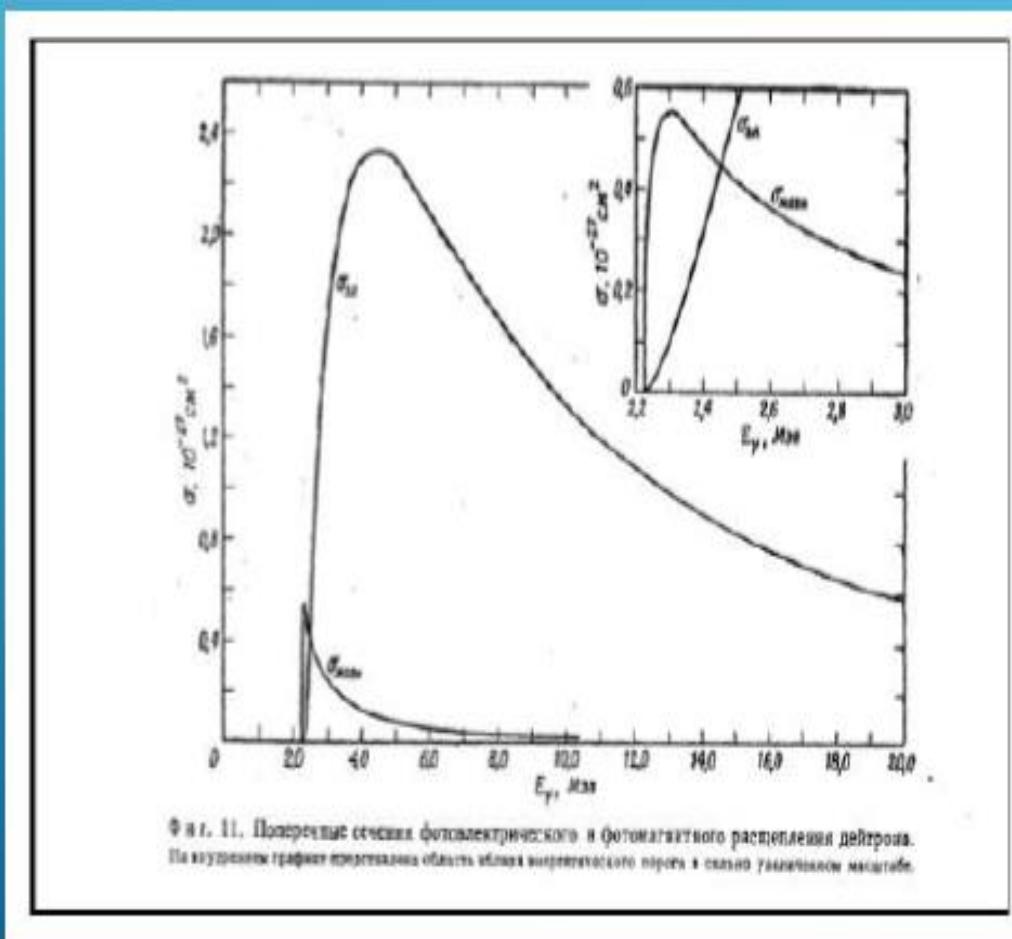
При энергиях, близких к порогу реакции фотомагнитное эффективное сечение к фотоэлектрическому

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{\text{магн.}}}{\sigma_{\text{эл.}}} &\approx \left[\frac{1}{4} \frac{W_1}{Mc^2} (\mu_p - \mu_n)^2 \right] \frac{W_1}{E} \frac{W_1}{W_0 + E} = \\ &= 0,013 \frac{W_1}{E} \frac{W_1}{W_0 + E}.\end{aligned}$$

Для гамма-лучей, энергия которых близка к порогу реакции, наибольшее отношение $\sigma_{\text{магн.}} / \sigma_{\text{эл.}} \sim 0.7$ (энергия 2,507 МэВ из Ga^{72}).

Графики сечений фоторасщепления в зависимости от энергии.

Максимальное сечение фоторасщепления при $\hbar\vartheta = 2W_1$ составляет ~ 2.3 мбарн, а сечение при 25 МэВ – 0.5 мбрн.



Опыты по фоторасщеплению

Камера Вильсона под действием гамма-лучей с энергией 2,62 МэВ, испускаемых ThC.
Измерение поперечного сечения : трудно определить время чувствительности камеры,
и возможны ошибки при измерении интенсивности гамма-лучей.

Полное поперечное сечение при нескольких значениях энергии гамма-лучей от 2.5 до 17.6 МэВ. Хорошее согласие с теорией.

Уилкинс и др. – абсолютное значение поперечных сечений с точностью до 5-10%
Наблюдение расщепление, измеряя число ионизационных импульсов от фотопротонов
в сферической камере, наполненнойдейтериевым газом. Поток гамма-лучей
калибровался двумя методами: по абсолютному ионному току в толстостенной
графитовой камере и по числу α частиц, сопровождающих изучение гамма-квантов в
реакции $F^{19}(p, \alpha) O^{16*}$ (источник гамма-лучей с энергией 6,14 МэВ)

При энергиях для которых существенен и магнитный фотоэффект, угловое распределение фотопротонов даётся интерференцией между S-волной, происходящей от магнитного дипольного взаимодействия

Поэтому

$$\frac{d\sigma(\gamma, p)}{d\Omega} = a + b \sin \theta + c \sin^2 \theta.$$

Отношение фотомагнитного поперечного сечения
к фотоэлектрическому

γ -лучи	Ga ⁷³	ThC''	Na ²⁴	F(p, α) O ^{16*}
Энергия ($M_{\text{эв}}$)	2,507	2,615	2,757	6,14
$\sigma_{\text{магн.}}/\sigma_{\text{эл.}}$ (наблюдаемое)	$0,61 \pm 0,14$	$0,37 \pm 0,12$	$0,26 \pm 0,06$	$0,03 \pm 0,06$
$\sigma_{\text{магн.}}/\sigma_{\text{эл.}}$ (вычисленное)	0,67	0,40	0,25	0,026